Odisseo e Odifreddi

Nota di Mauro Bernabei

Nell'estate del 2007, per il mio 72° compleanno, ricevetti in dono, da mia moglie, *Le menzogne di Ulisse* di Piergiorgio Odifreddi.[1] Dopo averlo letto, conclusi che avrei preferito un regalo diverso, però *a caval donato non si guarda in bocca*.

Scrive l'autore, a p. 28: «... per mentire bisogna essere tutt'altro che cretini: semmai, è a dire la verità che si rischia di fare la figura degli ingenui o degli ottusi.» L'autore, fedele a quest'enunciato, di bugie ne prodiga parecchie, non si capisce se per ignoranza o per dimostrare di non essere cretino. Resta il dubbio che l'ignoranza possa entrarci per qualche verso, perché la preparazione di fondo e l'abito mentale dovrebbero preservare da errori grossolani, pur nella foga superficiale di stesura e nell'ansia di apparire smaliziati. Di tali bugie desidero rimarcarne qualcuna, incurante di fare la figura dell'ingenuo o dell'ottuso, preoccupato invece di evitare il rimprovero: *Sutor, ne ultra crepidam!* Se poi dovessi meritarlo, l'avrò voluto e non potrò lamentarmi.

«Entrato nella bottega, Pitagora scoprì che i suoni diversi che andavano fra loro più d'accordo di tutti erano quelli prodotti da martelli che pesavano l'uno il doppio dell'altro cioè con un rapporto fra i pesi di 2 a 1: in tal caso le note prodotte erano infatti le stesse, benché alla distanza di un'ottava (come tra un do e il do successivo). La cosa però non finiva qui.» E infatti non finisce qui, Odifreddi prosegue, applicando la fantomatica *legge dei martelli* agli intervalli di quinta e di quarta.[2] «Tornato a casa, Pitagora provò a vedere che cosa succedeva per i suoni prodotti non da uno strumento a percussione, come le incudini, ma da uno a corda, come la lira. E si accorse che le lunghezze delle corde si comportavano in maniera analoga ai pesi dei martelli ...» (p. 46).[3]

Esistono ancora, in Italia, paesi dove è possibile imbattersi in una bottega di fabbro o di maniscalco. Se invece di ripetere acriticamente la storiella di *Pitagora e il fabbro*, messa in giro da scrittori quali Nicomaco e Giamblico ed accolta da Boezio, Odifreddi avesse avuto la buona idea di visitare una bottega di fabbro, si sarebbe accorto che i suoni emessi quando si percuote un'incudine col martello non sono poi tanti e rimangono gli stessi se il fabbro passa da un martello ad un altro più pesante. Quelli che si odono sono due suoni acuti, distanziati di una terza generalmente minore, a seconda che il fabbro percuota l'incudine verso il centro del pianale o verso la base del braccio conico. Il corpo che emette i suoni è dunque l'incudine.

Le frequenze di un corpo vibrante non dipendono dalla massa, e quindi dal peso, ma dalla densità del corpo e, per uno stesso materiale, quale appunto quello di martelli di peso diverso, dipendono solo dalla forma geometrica del corpo. Il martello, tuttavia, non emette suoni udibili: le ridotte dimensioni e la forma tozza danno luogo

---

[1] Pubblicato da Longanesi nel 2004, il libro è stato successivamente edito anche dalla Saggistica TEA. Le citazioni si riferiscono alla 3ª edizione TEA.

[2] Sembrerebbe perciò che il suono venga attribuito alle vibrazioni del martello, subito dopo si parla invece di suoni prodotti dalle incudini, allora che senso ha l'immaginaria *legge dei martelli*?

[3] Se è l'incudine a emettere i suoni, sono le caratteristiche geometriche di questa suscettibili, semmai, di essere poste in relazione con le lunghezze delle corde, non i pesi dei martelli.

a vibrazioni di ampiezza molto piccola, prontamente smorzate e con frequenze perlopiù ultrasoniche. L'incudine, per le sue qualità sonore, è impiegata in orchestra, talvolta senza richiesta di particolare intonazione, come nel Coro degli Zingari de *Il Trovatore* verdiano, talaltra con accordatura esattamente stabilita, come nelle scene Seconda e Terza del *Das Rheingold* wagneriano. «Le incudini vengono fabbricate con dimensioni e intonazioni differenti, da Fa3 a La5, e vengono percosse con martelli di varie dimensioni, ma, per effetti più tenui, si possono usare mazze o martelli di legno o di plastica.»[4] Il passo, tolto da un trattato molto autorevole, conferma che è l'incudine a emettere il suono e che l'impulso della percossa, dovuto anche al peso del martello, ne determina l'intensità non la frequenza.

La frequenza della nota fondamentale emessa da una corda è regolata da leggi ben diverse: è direttamente proporzionale alla radice quadrata della forza di tensione e inversamente proporzionale alla lunghezza e alla radice quadrata della densità lineare perciò, per una stessa corda, quale la corda di un sonometro o di uno strumento ad arco, dipende solo dalla lunghezza, secondo la legge attribuita a Pitagora. Il Filosofo però, forse sulla base di superficiali esperimenti qualitativi o per odio verso la radice quadrata, avrebbe pure sostenuto la proporzionalità diretta tra frequenza e forza di tensione e sono occorsi venti secoli prima che Vincenzo Galilei, degno padre del più noto Galileo, confutasse l'errore. Qualcuno deve aver messo la pulce nell'orecchio di Odifreddi che, l'anno dopo, riferisce diversamente la storiella di *Pitagora e il fabbro*,[5] ma la *legge dei martelli* resta comunque inspiegata.

Odifreddi, dopo avere trattato la scoperta, da parte di Pitagora, del numero *irrazionale*, proveniente da radici come quelle appena menzionate, conclude così il capitolo: «... ormai il danno era fatto, e l'irrazionale prese a dilagare e prosperare nel mondo. E dominerebbe indisturbato, se non ci fosse stata e non ci fosse la logica a cercare di contrastarlo.» (p. 55). L'affermazione ha tutta l'aria di voler essere una battuta spiritosa e, tuttavia, può indurre idee sbagliate in un lettore poco esperto.

L'accezione matematica dell'aggettivo *irrazionale* non è quella di *illogico*, bensì di numero non ottenibile da un rapporto (*ratio*) fra interi. Il termine è certo poco felice però, stante l'illustre origine storica e l'abitudine consolidata, dobbiamo tenercelo, d'altra parte, per chi ha qualche conoscenza matematica, l'equivoco è impossibile. La logica non ha perciò nulla da obiettare circa il *razionalissimo* numero irrazionale che, in matematica, gode di una posizione centrale e insostituibile. Odifreddi avrebbe dovuto riflettere che, se la battuta non venisse recepita come tale, il lettore potrebbe restare disorientato e perplesso, tanto più che, nel *Piccolo dizionario (etimo)logico* (p. 258), non è riportata, chissà perché, l'importante accezione suddetta del termine *irrazionale*. Sarebbe bastato rilevare, magari con tono scanzonato, che di facezia si trattava. "Già, come se si spiegasse una barzelletta!" Appunto, non è meglio spiegare una barzelletta a chi non la capisce, perdendo l'immediatezza dell'impatto comico, pur di evitare che l'interessato si buschi il complesso dell'intontito?

---

[4] Guido Facchin, *Le percussioni*, Torino EDT 2000, p. 181.

[5] P. Odifreddi, *Penna, pennello e bacchetta*, Bari 2005, pp. 132, 158. Anche qui Odifreddi ne dice delle belle e vale la pena di riprendere l'argomento, dopo la presente nota su *Le menzogne di Ulisse*.

Uno dei capitoli peggiori è *Il bisbetico domato* (p. 134), dove il bisbetico dovrebbe essere l'infinito e in che cosa consista la domatura non è facile sapere, almeno al mio livello di comprensione.

«... il matematico John Wallis propose dunque nel 1655 di usare un unico simbolo per indicarlo: il famoso ∞, che egli introdusse semplicemente con un *esto ∞ nota numeri infiniti*, «questo ∞ denota i numeri infiniti», ...» (p. 138). Nella traduzione, che ai tempi della mia seconda media (ahimè, 61 anni fa!) mi avrebbe a stento fruttato un 2, l'unica parola corretta è ∞. *Esto* non è aggettivo dimostrativo, è l'imperativo futuro del verbo *sum, es, fui, esse*;[6] *nota* non è predicato verbale, è il nome di un predicato nominale; *numeri infiniti* non è accusativo plurale, è il genitivo singolare di *numerus infinitus*; la traduzione corretta suona perciò: "Sia ∞ il simbolo del numero infinito". Non si venga a dire che si tratta di una "traduzione a senso", è una traduzione alla marchesino Eufemio,[7] comportante due grossi errori interpretativi: «questo ∞ denota i numeri infiniti» non è una proposta originale, bensì l'informazione circa un uso già stabilito; Wallis, che non era Cantor, si riferisce al *numero infinito*, non ai *numeri infiniti*, il che, matematicamente, fa una bella differenza.

«... nel *De l'infinito, universo et mondi*, Bruno ripropose i due tipi di infinito in un'altra versione: l'universo e Dio. Il primo sarebbe «tutto infinito» perché si compone di parti limitate. Il secondo sarebbe invece «totalmente infinito» perché ogni sua parte è infinita quanto il tutto. In termini matematici, la stessa distinzione si ritrova fra gli interi e i razionali, essendo i primi distribuiti discretamente e i secondi in maniera continua ...» (p. 139). Non mi sembra che i due tipi di infinito introdotti da Bruno costituiscano un paragone appropriato per le infinità dei numeri interi e dei numeri razionali, né per quanto si dice nel seguito. Ma procediamo con ordine, se l'ordine è possibile in un coacervo di affermazioni, quando non erronee, perlomeno imprecise.

Numeri naturali sono i *numeri interi positivi* o *non negativi*, il cui insieme è indicato dai matematici con "N",[8] mentre con "Z" è indicato l'insieme dei *numeri interi* (positivi e negativi, zero compreso). *Numeri razionali* sono i numeri esprimibili come quoziente di numeri interi a divisore non nullo e che si possono scrivere con le note frazioni, ivi compresi i numeri interi stessi (frazioni apparenti). L'insieme dei numeri razionali viene indicato con "Q" e si può indicare con "Q^+" l'insieme dei

---

[6] Nei testi latini degli antichi matematici, l'imperativo futuro del verbo *essere* viene correntemente usato per introdurre le definizioni. L'Italiano, che non ha l'imperativo futuro, nelle definizioni ha conservato l'uso dell'imperativo o del futuro, ad esempio: "Sia ∞ il simbolo ... (Si indichi con ∞ ...)" oppure "Indicherò (indicheremo, s'indicherà, sarà indicato) con ∞ ...". Ovviamente, ci si riferisce al tempo (almeno 40 anni fa) in cui ogni professore universitario sapeva parlare l'Italiano, senza inquinarlo con barbarismi, solecismi e continui intercalari sospensivi che non riescono a dissimulare l'imbarazzo di non sapere infilare una parola dopo l'altra.

[7] Riferimento a un noto sonetto del Belli, del quale si riporta l'ultima strofa:
E finalmente il marchesino Eufemio,
latinizzando "esercito distrutto"
disse "exercitus lardi" ed ebbe il premio.

[8] Alcuni matematici preferiscono non includere lo zero fra i numeri naturali: allora N può indicare i numeri naturali (1, 2, 3, ...) ed N_0 i numeri naturali compreso lo zero (0, 1, 2, 3, ...).

numeri razionali assoluti, cioè dei numeri razionali non negativi. Queste definizioni, necessarie per chi non ha familiarità con il linguaggio matematico, potrebbero dispiacere al matematico provetto che avrebbe da ridire, ad esempio, sulla identificazione dei naturali con gli interi positivi, considerati da lui come insiemi diversi, sebbene isomorfi. A questo livello è possibile soltanto una *definizione assiomatica*. «Chi le farfalle cerca sotto l'arco di Tito?».[9] Il matematico provetto ci perdonerà certamente perché la precisazione, per quanto imperfetta, è di gran lunga migliore della confusione che regna sovrana nel capitolo in esame.

Odifreddi chiama *interi* i numeri naturali, infatti, verso la fine della pagina 139, chiama numeri *relativi* gli interi, come se non fossero relativi anche i razionali che, nell'esempio precedente, considera assoluti. I *naturali* fanno capolino nella citazione di Kronecker alla pagina seguente. Un buon divulgatore dovrebbe curare anche la corretta terminologia, o no? Comunque vengano assunti due numeri razionali diversi, esistono fra loro infiniti numeri razionali, maggiori del più piccolo e minori del più grande. Questa proprietà dei razionali, non posseduta dai naturali e dagli interi, è senz'altro notevole e, tuttavia, non basta a definire la *continuità*, infatti nessun matematico qualifica *continua* la distribuzione dei razionali, come invece fa Odifreddi con grande disinvoltura. La distribuzione dei razionali è una distribuzione *densa* ma non *continua*. Le proprietà specificate dai termini *discreto*, *denso*, *continuo*, riguardano la "struttura topologica", non la "numerosità" degli insiemi ma, nella teoria degli insiemi, viene ignorata sia la struttura sia la natura degli elementi.[10] A qualche equivoco potrebbe prestarsi il termine *continuo* che, accanto a termini come *discreto*, qualifica la struttura topologica mentre, accanto a termini come *numerabile*, qualifica la numerosità, però il contesto è generalmente sufficiente a dissipare ogni dubbio; in ogni caso, l'insieme dei numeri razionali non è continuo in nessuno dei due sensi.

Naturali, interi e razionali hanno la stessa potenza, sono cioè infinità costituite da "un uguale numero di elementi", come dice, un po' affrettatamente, lo stesso Odifreddi che però aggiunge: «Nell'infinito, dunque, non si annulla semplicemente la differenza fra la parte e il tutto, ma anche fra il discreto e il continuo.». Come faccia Odifreddi ad essere ritenuto un apprezzabile divulgatore, dispensando assurdità che provocherebbero l'immediata bocciatura di qualsiasi studente del primo anno universitario, rimane un mistero.

Supponendo che «Nell'infinito» significhi *negli insiemi infiniti*, in essi non si annulla la differenza [11] fra la parte e il tutto, anzi si precisa così: le parti (*sottoinsiemi propri*) possono essere finite o, a loro volta, infinite; in questo caso, esiste qualche parte equipotente all'insieme totale (che ha cioè "un uguale numero di elementi"), come accade nel celebre esempio di Galilei: «... e pur nel numero infinito, se concepir lo potessimo, bisognerebbe dire, tanti essere i quadrati quanti tutti i numeri insieme.»[12]

---

[9] G. Carducci, *Odi barbare*, Roma (Libro I).
[10] L. Lombardo-Radice, *Istituzioni di algebra astratta,* Milano 1970, cap. I.
[11] Pur essendo preferibile il termine *distinzione*, si ripete inalterata la dicitura di Odifreddi.
[12] Discorso intorno a due nuove scienze, *Opere di Galileo Galilei,* a cura di Franz Brunetti, Torino 1964, Vol. II, p. 604. «L'osservazione di Galileo è banale da un punto di vista matematico», dice Odifreddi (p. 137). Un'intuizione, all'epoca assolutamente geniale, diventa banale per un Odifreddi!

Questa è una *proprietà caratteristica* degli insiemi infiniti che, pertanto, possono venire definiti molto opportunamente da essa: «*Un insieme è infinito quando e soltanto quando può essere posto in corrispondenza biunivoca con una sua parte* propria.»[13]

Con riferimento alla struttura topologica, qui in ogni caso fuori luogo, dire che «nell'infinito si annulla la differenza fra il discreto e il continuo» è roba da matti. E degli infiniti di Bruno che cosa rimane? Siccome le parti di un insieme infinito possono essere finite, si deve escludere il «totalmente infinito» e, siccome le parti possono essere infinite, si deve escludere il «tutto infinito». «Bruno dunque supponeva, com'era ragionevole, che l'infinito dei razionali fosse maggiore di quello degli interi.» Conosco poco e di seconda mano Giordano Bruno e avrei gradito una citazione più puntuale per poter leggere il brano che contiene simile affermazione.

Si legge, alle pp. 142-143: «Per curiosità, la valutazione dei granelli di sabbia alla quale Archimede arrivò, in base alla sue stime sulla grandezza dell'universo, fu 10^{63}. Sorprendentemente, non sono molti di più gli elettroni che l'universo può contenere, in base alle nostre stime attuali: «soltanto» 10^{207} ...». Senza entrare nel merito del risultato archimedeo, fatto non rilevante in questo contesto, l'affermazione sbalorditiva, che basterebbe da sola a provocare una giusta bocciatura, in matematica e fisica, di un alunno di scuola secondaria, non è proprio una perla, in bocca a chi, per studi e professione, dovrebbe essere uno specialista della matematica.

I numeri scritti sono immensi e inconcepibili, al di là di qualsiasi intuizione,[14] e chi non è avvezzo alle notazioni usate può valutare la portata dell'errore con grande difficoltà. Dell'inimmaginabile 10^{63} si consideri l'ancor più inimmaginabile cubo, ebbene, 10^{207} è un miliardo di miliardi di volte più grande di tale cubo! Si potrebbe obiettare che Odifreddi volesse intendere che la massa di 10^{207} elettroni è di poco superiore a quella di 10^{63} granelli di sabbia ma, anche così corretta, l'affermazione risulterebbe del tutto balorda. Infatti, considerando i grani di sabbia come sfere di diametro pari a un decimo di millimetro e di densità all'incirca doppia di quella dell'acqua, la massa di 10^{63} granelli di sabbia uguaglia quella di circa $\mathbf{10^{84}}$ elettroni, numero ancora enormemente distante dal fatidico 10^{207}. Ammesso che $\mathbf{10^{84}}$ sia una stima attendibile dell'ordine di grandezza degli elettroni del nostro universo, $\mathbf{10^{207}}$ elettroni sarebbero contenuti in **1 milione di miliardi di miliardi di miliardi di miliardi di miliardi di miliardi di miliardi di miliardi di miliardi di miliardi di miliardi di miliardi di miliardi** di universi come il nostro.

---

[13] L. Lombardo-Radice, op. cit., p. 33. Odifreddi, alle pp. 147-148, ripete un'analoga definizione, ammettendo, in tal modo, che le parti di un insieme infinito siano distinguibili dal tutto, in contraddizione perciò con quanto afferma qui esplicitamente.

[14] Molti esperti dicono che la nostra intuizione rappresentativa della numerosità attinga soltanto insiemi con numero di elementi inferiore a 10. Forse questa valutazione è un pò pessimistica ma certo non andiamo molto più lontano. Quando parliamo addirittura di milioni e di miliardi non possiamo avere, in alcun modo, una percezione intuitiva della relativa numerosità ed aiutiamo indirettamente l'intuizione pensando, ad esempio, alla qualità ed alla quantità dei beni fruibili con un milione di euro.

«Cantor, che era un cristiano battezzato,[15] visitò in Vaticano il cardinale Franzelin, prefetto del Santo Uffizio, e gli spiegò che gli infiniti di cui si parlava in matematica erano tutti relativi: lui li indicava con degli ω minuscoli, per distinguerli dall'Ω maiuscolo dell'infinito assoluto. Il quale, naturalmente, non esisteva: altrimenti, se ne sarebbe dovuto trovare un altro ancora maggiore.

Ma le contraddizioni spaventano solo i matematici e le persone razionali, non certo i cardinali e i credenti. Franzelin diede dunque l'*imprimatur* alla nuova teoria, a condizione che i nuovi numeri definiti da Cantor venissero chiamati *transfiniti*, «oltre il finito», e non infiniti: un aggettivo, questo, che andava appunto riservato a Ω e a Dio, che comunque per i matematici non esisteva. La cosa non attecchì, però, e oggi l'aggettivo è rimasto immutato, mentre per colmo dell'ironia è cambiato il sostantivo: i numeri introdotti da Cantor si chiamano, infatti, con buona pace del Vaticano, «cardinali» (da cardine, «perno» o «sostegno»).» (pp. 143-144).

Chi, come Odifreddi, ostenta l'ateismo ad ogni piè sospinto, giudicando minorato mentale [16] chiunque professi una qualche religione, in particolare la Cattolica romana, non poteva lasciarsi sfuggire l'occasione di una tirata anticlericale a proposito della teoria di Cantor, sennonché, anche questa volta non le azzecca tutte. Una precisazione va fatta subito: Cantor indica con ω gli *ordinali transfiniti*, mentre indica i *cardinali transfiniti* con $\aleph$ (l'alef ebraico).[17] Non sembra dunque che abbia voluto accuratamente evitare i simboli evocativi o che gli smaliziati domenicani del Sant'Uffizio, che studiarono attentamente la teoria, si siano lasciati convincere da un argomento così peregrino, quale la minuscola e la maiuscola dell'omega.

L'osservazione che, nella teoria cantoriana, l'infinito assoluto, nel senso di un infinito maggiore di tutti gli altri, non esiste è giustissima, infatti, qualunque sia l'insieme infinito A, avente cardinalità transfinita $\aleph_A$, l'insieme delle sue parti ha cardinalità transfinita $2^{\aleph_A}$ e risulta $2^{\aleph_A} > \aleph_A$. Poco dopo però, l'osservazione viene ripresa e camuffata: «... un aggettivo, questo, che andava appunto riservato a Ω e a Dio, che comunque per i matematici non esisteva.» Questa volta, la *non esistenza* viene predicata non dell'infinito assoluto matematico ma di Dio. Se un matematico affermasse che la relazione $2^{\aleph_A} > \aleph_A$ mostra la *non esistenza* di Dio, ci sarebbe da dubitare seriamente circa le sue facoltà di raziocinio.

Ed ecco l'accenno ai credenti che sarebbero minorati mentali: «Ma le contraddizioni spaventano solo i matematici e <u>le persone razionali</u>, non certo i cardinali e i credenti.» Scrive Lombardo-Radice: «Tutti i matematici, in quanto

---

[15] Georg Cantor (San Pietroburgo, 1845-Halle, 1918) nacque in Russia, da genitori di discendenza ebraica. La madre era una russa cattolica, il padre un danese luterano e Cantor fu educato nella religione paterna, anche se considerò sempre con simpatia il cattolicesimo materno. Nel 1856 la famiglia si traferì in Germania dove Cantor studiò e fu docente universitario ad Halle. Amava definirsi religioso alla maniera di Spinoza, suo filosofo preferito, ma l'infinito panteistico di Spinoza è ben lontano dall'infinito matematico di Cantor.

[16] Forse al giorno d'oggi, nel quale l'accettazione del diverso si riduce ad un ipocrita gioco di perifrasi, non si dovrebbe dire *minorato mentale*, ma *diversamente ragionante*.

[17] A p. 148, Odifreddi considera $\aleph$ e ω alternativi, non simboli finalizzati a distinguere enti matematici diversi. Ritiene forse che tranfiniti cardinali e ordinali siano identificabili?

matematici e nel fare matematica, debbono accettare il principio di non-contraddizione. In una veduta filosofica generale, che voglia rispecchiare tutta la realtà, nella sua complessità e nella sua drammaticità, senza schematizzazioni e semplificazioni di comodo, può ben essere rifiutato il principio di non-contraddizione (logica del concreto di Hegel, dialettica idealistica o materialistica). Non però nelle teorie formali, che sono il dominio proprio della matematica.»[18] Lombardo-Radice era un esimio matematico, ma non era un credente, eppure la contraddizione non lo spaventava,[19] anzi era disposto ad accettarla, sia pure in ambito opportuno. Poggiando sul postulato di Odifreddi, dovrebbe essere annoverato fra le persone non razionali? Quanto prima, Odifreddi dovrà inserire nella lista di tali persone, oltre a cardinali e credenti, un profluvio di filosofi e pensatori non meno atei di lui.

Con buona pace di Odifreddi, <u>non razionali</u> furono proprio i matematici che condannarono, quasi all'unanimità, la teoria di Cantor, costringendolo perfino a ritirare qualche saggio già pronto per la pubblicazione, tributandogli un tardivo riconoscimento soltanto alla fine di una carriera universitaria duramente ostacolata. Emarginato dalla maggioranza dei colleghi, Cantor fu invece confortato dall'interesse che i suoi studi suscitavano tra filosofi e teologi. Egli, che non era cattolico, non fu chiamato a rapporto dal Sant'Uffizio, offrì invece spontaneamente la propria teoria, ritenendo che potesse giovare alla speculazione teologica.[20] È ridicolo il malcelato disappunto per elementi che richiamano il mondo della religione, dal termine *transfinito* di provenienza cattolica, all'ebraico *alef* e all'ecclesiastico *cardinale*. Si aggiunga la celebre esclamazione di Hilbert: «Nessuno ci scaccerà dal Paradiso che Cantor ha creato per noi» (p. 144) e si comprenderà come il quadro possa risultare troppo indigesto per un Odifreddi.

Cantor, legato al cardinale Franzelin da amicizia personale e da consuetudine epistolare, non aveva bisogno di chiedere ed ottenere l'*imprimatur* del Sant'Uffizio, però introdusse l'aggettivo *transfinito* per i suoi numeri e fu un'ottima scelta. Oltre all'eleganza della parola, è molto opportuno che la qualificazione, riguardante la numerosità degli insiemi infiniti, si distingua dal termine usato nell'Analisi infinitesimale classica, dove il concetto d'infinito è impiegato a titolo diverso e con significato essenzialmente potenziale. «La cosa non attecchì, però, e oggi l'aggettivo è rimasto immutato ...». E che cos'altro avrebbe dovuto attecchire, se l'aggettivo è rimasto? Un ultimo rilievo: il sostantivo non è *cardinale* ma *numero*; *transfinito, cardinale, ordinale* sono aggettivi, spesso sostantivati, inoltre, l'uso delle locuzioni *numero cardinale* e *numero ordinale*, nell'aritmetica e nella grammatica, è ben anteriore a Cantor, quindi l'ironia non c'entra, quella che c'entra è l'etimologia.

Nonostante rimangano altre affermazioni da correggere, è ora di smetterla con il capitolo del bisbetico, domato o indomito che sia. Anzi, avrei voglia di smetterla con

---

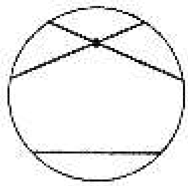
[18] L. Lombardo-Radice, op. cit., p. 54.

[19] Non si vuole qui sostenere che il credente sia un cultore della contraddizione, anzi, quando si occupa di problemi filosofici, è, solitamente, uno dei più strenui sostenitori del principio di non-contraddizione. Viene invece simulato l'affettato preconcetto di Odifreddi per il quale un credente, persona non razionale, è vittima della contraddizione.

[20] L. Lombardo-Radice, *L'infinito*, Roma, 1981, pp. 132-133.

l’intero libro, perché insistere nel rileggere tanti spropositi provoca, dopo un po’, una crisi di rigetto. Non è possibile però trascurare un’ultima perla: la digressione sulla geometria non euclidea di Lobacewski.

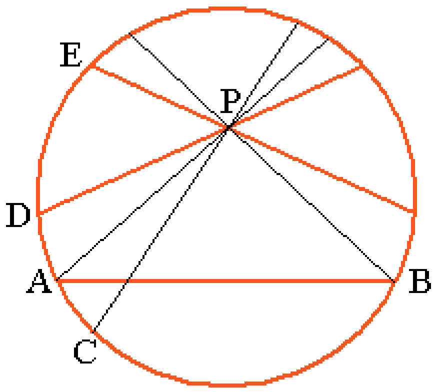
«Ciò che Beltrami fece fu di ritagliare all’interno della solita geometria euclidea un «modello» della nuova geometria, interpretando opportunamente tutti i termini del linguaggio: ad esempio, chiamando «piano» un cerchio senza il bordo, «rette» gli archi di quel cerchio, e così via. Come si vede dalla figura, per un punto fuori di una retta possono passare due rette parallele ad essa, nel senso che per un punto fuori di un arco di cerchio possono passare due archi di cerchio che non lo incontrano:



... » (p. 172).

Ecco servito un manicaretto, pasticciato in grande stile. Si devono a Beltrami gli usuali modelli della geometria iperbolica di Lobacewski, non solo quello che ancora porta il suo nome, realizzato su di una superficie chiamata *pseudosfera*, ma pure i due che portano il nome di Poincaré e di Klein.[21] Quest’ultimo dovrebbe essere, stando alla figura, il modello citato da Odifreddi che l’attribuisce giustamente a Beltrami. Il *bordo* del cerchio è più conveniente designarlo con il termine, ben noto anche ai non addetti, di *circonferenza*. La circostanza più rilevante è la stupefacente confusione tra *corda* ed *arco*. «Gli archi di quel cerchio», cosa saranno mai? Non possono essere gli archi della circonferenza, perché questa è stata esclusa e le rette non si possono quindi rappresentare con i suoi archi. Nemmeno si può ipotizzare un errore materiale di scrittura o di stampa, perché la locuzione viene ripetuta ben quattro volte, se contiamo l’ultima implicita ripetizione effettuata dal pronome “lo”. «Come si vede dalla figura, per un punto fuori di una retta possono passare due rette parallele ad essa ...» Nella figura si vedono due corde incidenti che non incontrano la terza ma <u>non sono ad essa parallele</u>, né secondo Euclide, né secondo Lobacewski. Di simili *rette* per lo stesso punto se ne potrebbero tracciare infinite, e in che modo se ne

Fig. 1



[21] Sull’attribuzione dei tre modelli cfr. *Enciclopedia delle Matematiche elementari*, Milano 1979, Vol. II, Parte 2ª, pp. 469-470; T. Needham, *Visual complex analysis*, New York 2000, p. 301.

dovrebbero scegliere e privilegiare soltanto due? Donde nasce questo inspiegabile guazzabuglio? L'unica risposta possibile è che Odifreddi non abbia capito il modello, ed allora bisogna spiegarglielo, con l'ausilio di una figura migliore (Fig. 1), dove il disegno fornito da lui è messo in evidenza in rosso.

Dato un cerchio Γ, si assumano i punti interni a Γ come punti propri (punti al finito), i punti della circonferenza di Γ come punti impropri (punti all'infinito) e le corde come rette del piano iperbolico. Nella geometria euclidea, la mutua posizione di due rette è caratterizzata da due possibilità: rette incidenti, con un punto proprio comune, rette parallele, con un punto improprio comune. Nella geometria iperbolica esiste una terza possibilità, quella delle rette cosiddette *iperparallele* o *ultraparallele*, non aventi alcun punto in comune. Con riferimento alla Fig. 1, sia data la retta AB ed il punto P non appartenente ad essa. Tutte le rette per P, interne all'angolo euclideo $A\hat{P}B$ e al suo opposto al vertice come la retta PC, sono incidenti AB; tutte le rette per P esterne al suddetto angolo sono iperparallele ad AB; le due rette PA e PB sono parallele ad AB, avendo in comune con essa un punto improprio. Risulta così realizzato il postulato che, nella geometria di Lobacewski, sostituisce il V postulato di Euclide: per un punto non appartenente ad una retta si possono condurre due e due sole parallele ad essa. Le rette PD e PE, considerate da Odifreddi, <u>non sono le due parallele condotte da P</u>, bensì due delle infinite iperparallele per P ad AB.

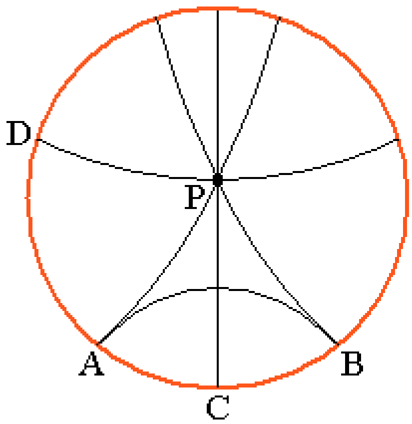


Fig. 2

La fig. 2 illustra il modello detto di Poincaré, dove i punti propri e impropri del piano sono costituiti, come nel modello precedente, dai punti interni e dai punti della circonferenza di un cerchio Γ, rispettivamente. Le rette sono gli infiniti diametri di Γ e gli infiniti archi di cerchio [22] che tagliano perpendicolarmente la circonferenza di Γ. Anche in questo caso, dal punto P non appartenente alla retta AB, si possono condurre due parallele ad essa, la PA e la PB. Sono inoltre raffigurate la retta PC, una delle infinite rette per P incidenti AB, e la retta PD, una delle infinite rette per P iperparallele ad AB. Resta così spiegato il guazzabuglio. Odifreddi che, a quanto pare, ignora le geometrie non euclidee, ha letto, affrettatamente, qualche pagina divulgativa sull'argomento ed ha confuso le *parallele* con le *iperparallele*, le *corde* di un modello con gli *archi* di un altro che, si badi bene, non sono «gli archi di quel cerchio» ma gli archi di infinite circonferenze diverse, verificanti la condizione di

---

[22] Il termine corretto dovrebbe essere *archi di circonferenza*, ma l'abuso di linguaggio non è infrequente in molti testi. Qui viene mantenuto per richiamare la locuzione usata da Odifreddi.

tagliare ortogonalmrnte la circonferenza di Γ, luogo dei punti impropri, non esclusi gli archi che *degenerano* in diametri di Γ.

I modelli di cui sopra sono semplici soltanto apparentemente. Se infatti è agevole verificare per essi la validità dei postulati dell'appartenenza e dell'ordine, non altrettanto immediata è la definizione di congruenza con i relativi postulati. Occorre, a tal fine, operare attraverso opportune trasformazioni del cerchio Γ in sé e introdurre una particolare *metrica* per la misura di segmenti ed angoli, il che produce qualche inconveniente: la costruzione delle figure geometriche diventa molto complicata [23] e *non si vedono*, sul modello, le lunghezze dei segmenti, ad esempio, la lunghezza delle rette diventa infinita. Il modello detto di Klein presenta un ulteriore inconveniente per gli angoli, diversi da quelli euclidei che *si vedono* nel modello. La trattazione di simili argomenti esula forse dal carattere di un libro divulgativo, però è bene informare il lettore circa l'esistenza del problema, affinché non si faccia l'idea sbagliata che il passaggio dalla geometria euclidea a quelle non euclidee sia facile, indolore ed imposto a tutti in base ad una pretesa modernizzazione della cultura matematica.

Circa trent'anni fa, un collega insegnante di materie letterarie, probabilmente nutrito dalla lettura di cattivi libri divulgativi (e moltissimi lo sono, sebbene in misura diversa), mi apostrofò con aria inquisitoria: "Ma voi insegnate ancora la geometria euclidea?" "Siamo costretti" gli risposi umilmente, "innanzitutto perché conosciamo poco o per niente le geometrie non euclidee, in secondo luogo perché il mondo della scienza e della tecnica si regge in gran parte ancora su di essa. Pensa che se ne servono pure gli astronomi per calcolare le effemeridi o per prevedere le eclissi, e gli ingegneri spaziali per lanciare i satelliti." Poco convinto, mi guardò con aria di commiserazione.

Odifreddi vorrà gradire un suggerimento. Egli, scrupolosamente, ha dismesso l'antiquata e codina indicazione dell'era usuale, sostituendola con "p.e.V." ed "e.V.", tuttavia, anche "era Volgare" ha un'origine ecclesiastica e sarebbe opportuno eliminare ogni traccia d'interferenza religiosa. Inoltre, non essendo particolarmente versato nelle lingue classiche, deve essergli sfuggito che, in inglese, l'indicazione "d.C." è ancora scandalosamente espressa con "AD": *Anno Domini*, cioè *nell'Anno del Signore*. Si tratta di un'usanza non più tollerabile ed urge una petizione alla Corona Britannica, magari firmata da uno stuolo di rappresentanti della cultura italiana, particolarmente apprezzata nel mondo per l'apporto di personalità eminenti come la sua. Sarebbe desiderabile, ad un tempo, il ricorso a una massiccia e illuminata azione di rieducazione delle masse, perché si perda financo il ricordo dell'occasione che suggerì a Dionigi il Piccolo la trovata oscurantista. [24]

---

[23] La difficoltà è oggi superata con l'uso di opportuni programmi per l'elaboratore, come il noto "Cabri-Géomètre" descritto in www2.polito.it/didattica/polymath/htmlS/argoment/APPUNTI/TESTI/Set_04/InversioneCircolareTomasi.htm. Si segnala pure l'ottimo "GeoGebra", programma gratuito in versione italiana.

[24] «Va, va, povero untorello, non sarai tu quello che spianti Milano.», A. Manzoni, *I Promessi Sposi*, cap. XXXV.